

# Weiterentwicklung des Standardverfahrens zur Berechnung von Grundwasser-Absenkungen

Für die Berechnung von Grundwasser-Absenkungen werden mehrere Themen erläutert, die über die grundlegenden Formeln nach Herth/Arndts hinausgehen. Insbesondere für den Fall von Pumpmengen größer als die erforderliche Menge ergeben sich bei Verwendung der Standardformeln im Normalfall unrealistische Wassertiefen.

**Further development of the standard procedure for the calculation of ground water lowering.** *For the calculation of ground water lowering several items are described which go beyond the basic formulas by Herth/Arndts. Especially for the case of pumping volumes greater than the required volume, the standard calculation yields to unrealistic water levels.*

## 1 Berechnungsfunktionen für Grundwasserabsenkungen

Für die Berechnung einer Grundwasserabsenkung sind die verschiedensten Berechnungsoptionen erforderlich, die von einer Software bereitgestellt werden müssen:

- Ansatz eines freien, halbgespannten oder gespannten Grundwasserspiegels
- Einschnürung des Zuflusses durch Verbauwände
- Trogbauweise mit Dichtsohle
- Berücksichtigung von Zufluß aus Niederschlag
- Berücksichtigung von Schloßwasser bzw. Restwassermenge aus Dichtsohlen.

Bereits bei der Berechnung einer geschlossenen Wasserhaltung mit freiem Grundwasserspiegel ergeben sich verschiedene Randbedingungen, die berücksichtigt werden müssen:

- Baugruben beliebiger Form
- verschiedene Baugrubenabschnitte mit unterschiedlichen Tiefen
- Nachrechnung bestehender Brunnenanlagen mit vorhandener Anzahl von Brunnen und evtl. vorgegebener Fördermenge.

Hier können unterschiedliche Ansätze erforderlich sein:

- Berechnung mit der rechnerisch erforderlichen Pumpmenge
- Ansatz einer vorgegebenen Gesamt-Fördermenge
- Vorgabe der Pumpmenge der einzelnen Brunnen

Für diese Fälle ist es oft erforderlich, die Grundwasserabsenkung für eine höhere als die rechnerisch erforderliche Pumpmenge zu berechnen. Diese Problemstellung wird im folgenden näher beleuchtet.

## 2 Berechnung der Absenkung bei Pumpmengen $> Q_{\text{erf}}$

Das Standardwerk zur Berechnung von Grundwasser-Absenkungen ist das 1994 in der 3. Auflage erschienene Buch von W. Herth und E. Arndts: Theorie und Praxis der Grundwasserabsenkung [1]. Hier werden die grundlegenden Formeln für Grundwasser-Absenkungen bei freier, halbgespannter und gespannter Grundwasser-Oberfläche erläutert, bis hin zu weiterführenden Themen wie Vakuumabsenkung, Wiederversickerung, usw. In [2] wurden bereits die Grundlagen der Berechnung von Grundwasser-Absenkungen mit Hilfe Windows-basierter Software dargestellt.

Die nachfolgenden Ausführungen beschränken sich auf den Fall des freien Grundwasserspiegels. Für den halbgespannten und gespannten Fall gelten die Überlegungen analog.

Die grundlegenden Formeln für die Berechnung der Absenkung und der auftretenden Pumpmengen werden im folgenden genannt.

### 2.1 Zur Berechnung der erforderlichen Gesamtpumpmenge

$$Q = \pi \cdot k \cdot \frac{H^2 - h^2}{\ln R - \ln A_{\text{Re}}}$$

als Näherungsformel mit  $A_{\text{Re}}$  Radius eines Ersatzbrunnens, der flächengleich mit der durch Brunnen umschlossenen Fläche ist, oder genauer

$$Q = \pi \cdot k \cdot \frac{H^2 - h^2}{\ln R - \frac{1}{n} \cdot \sum \ln x_i} \quad (1)$$

mit

- k Durchlässigkeit des Bodens
- H Höhe des nicht abgesenkten Grundwassers (Mächtigkeit des durchströmten Grundwasserleiters)
- h Höhe des abgesenkten Grundwassers (Absenkziel)
- R Reichweite der Absenkung =  $3000 \cdot s \cdot \sqrt{k}$
- s Absenkmaß =  $H - h$
- $x_i$  Abstände der Brunnen  $i$  zum maßgebenden Punkt der Baugrube, an dem die geringste Absenkung auftritt

## 2.2 Zur Bestimmung der Fördermenge eines Brunnens

$$q = \pi \cdot 2r \cdot h' \cdot \frac{\sqrt{k}}{15} \quad (2)$$

mit

$r$  Radius des Brunnens

$h'$  benetzte Filterhöhe

$\pi \cdot 2r \cdot h'$  durchströmte Filterfläche

## 2.3 Zur Bestimmung der benetzten Filterhöhe eines Brunnens

$$h' = \sqrt{h^2 - \frac{1,5 \cdot q}{\pi \cdot k} \cdot (\ln b - \ln r)} \quad (3)$$

mit

$b$  Reichweite des Einzelbrunnens, bei Anordnung der Brunnen um die Baugrube maximal gleich dem halben Brunnenabstand

## 2.4 Zur Bestimmung der Höhe des Wasserstandes $y_2$ an einer beliebigen Stelle $x_2$

$$y_1^2 - y_2^2 = \frac{Q}{\pi \cdot k} \cdot \left( \frac{1}{n} \cdot \sum \ln x_{1i} - \frac{1}{n} \cdot \sum \ln x_{2i} \right),$$

wobei die Höhe des Wasserstandes  $y_1$  an einer Stelle  $x_1$  bekannt sein muß. Zweckmäßigerweise wird hierfür i. allg. angesetzt, daß in der Entfernung  $R$  der nicht abgesenkte Wasserstand  $H$  vorliegt.

Mit  $x_{2i}$  als Abstände der Brunnen  $i$  von der Stelle  $x_2$  kann für

$$\frac{1}{n} \cdot \sum \ln x_{1i}$$

in der Entfernung  $R$  der Wert  $\ln R$  gesetzt werden:

$$y = \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot k} \cdot \left( \ln R - \frac{1}{n} \cdot \sum \ln x_i \right)} \quad (4)$$

Bei näherer Betrachtung ist unschwer zu erkennen, daß die Formeln (1), (3) und (4) der gleichen Grundformel entsprechen, die als *Forchheimersche* Mehrbrunnenformel bekannt ist. Nur in Formel (3) ist ein zusätzlicher Faktor 1,5 enthalten, der näherungsweise die Tatsache berücksichtigt, daß das Grundwasser den Brunnen meist nicht von allen Seiten gleichmäßig zuströmt, sondern vor allem von außerhalb der Baugrube.

Es kann nun mit den Formeln (1) bis (3) die Brunnenanlage bemessen werden, indem die erforderliche Anzahl Brunnen

$$n = \frac{Q}{q}$$

bestimmt wird. Mit Gl. (4) kann dann der abgesenkte Wasserstand  $y$  an beliebiger Stelle  $x$  bestimmt werden ( $x_i$  ist hierbei der Abstand des Brunnens  $i$  vom betrachteten Punkt), wobei am maßgebenden Punkt,

d. h. an der ungünstigsten Stelle der Baugrube, das erforderliche Absenkziel erreicht sein muß.

Bei Praxis-Anwendungen hat sich gezeigt, daß sich in Fällen, in denen nicht genau die erforderliche Brunnenanzahl  $n$  verwendet wird oder bei erforderlicher Aufrundung, aus Gl. (4) sehr große Absenkungen ergeben. Bei der Berechnung vorhandener Absenkanlagen liegt auch oft eine andere Brunnenanzahl vor, als rechnerisch notwendig. Dieser Fall soll an einem Beispiel mit drei Baugrubenabschnitten unterschiedlicher Tiefe dargestellt werden (Bild 1).

Das Grundwasser soll so abgesenkt werden, daß das Absenkziel an die verschiedenen Baugrubenabschnitte angepaßt wird, d. h., es wird nur so viel abgesenkt, daß für jeden Abschnitt die erforderliche Wassertiefe = Baugrubentiefe + Freibordmaß eingehalten wird. Die Absenkung über den gesamten Bereich auf die maximale Tiefe würde zu einer sehr unwirtschaftlichen Lösung führen.

In diesem Fall sind nun drei Brunnen mehr vorhanden als theoretisch notwendig. Es würde sich daher ergeben, daß rechnerisch ein großer Teil des von den Brunnen umschlossenen Bereichs „leerpumpt“ wird oder sich sogar ein negatives Argument unter der Wurzel ergibt, d. h., der Wasserstand würde sich sogar unterhalb der Brunnen-Unterkante ergeben (siehe Bild 2). Offensichtlich kann aber mit einem sich daraus ergebenden  $h'$  von 0 keine Fördermenge  $q$  bestimmt werden, so daß die zur Absenkung erforderliche Pumpmenge nicht erreicht werden könnte. Aus der Formel (4) ergibt sich damit gegenüber (2) ein Widerspruch.

Das Problem liegt hierbei darin, daß alle genannten Formeln darauf basieren, daß gerade mit der erforderlichen Pumpmenge  $Q$  gepumpt wird und sich damit am maßgebenden Punkt bzw. in der Entfernung der Brunnenreichweite  $b$  genau das gewünschte Absenkziel einstellt. Insbesondere entspricht Formel (3) (abgesehen von dem heuristischen Faktor 1,5) der *Forchheimerschen* Mehrbrunnenformel unter der Voraussetzung, daß in der Entfernung  $b$  vom Brunnen gerade der Wasserstand  $h$  vorliegt. Nur dann ist auch am Brunnenrand, d. h. in der Entfernung  $r$  von der Achse, der Wasserstand gleich dem berechneten  $h'$ .

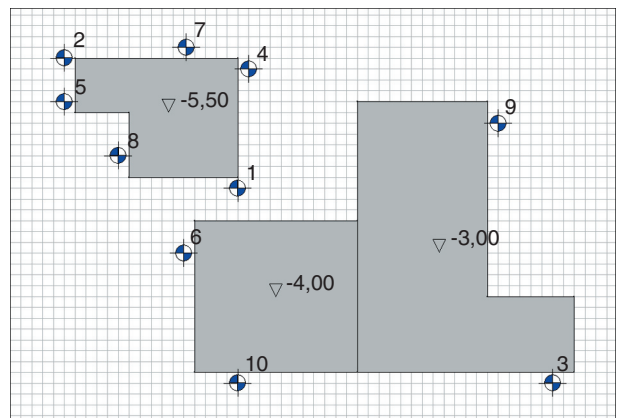


Bild 1. Baugrubensituation mit unterschiedlichen Tiefen

Fig. 1. Excavation situation with different depths

$$h' = \frac{1}{2} \cdot \left( -\frac{0,1 \cdot d}{\sqrt{k}} \cdot (\ln b - \ln r) + \sqrt{\frac{0,01 \cdot d^2}{k} \cdot (\ln b - \ln r)^2 + 4 \cdot \left( H^2 - \frac{Q}{\pi \cdot k} \cdot \left( \ln R - \frac{1}{n} \sum \ln x_i \right) \right)} \right) \quad \text{Gl. (3a)}$$

$$h' = \frac{1}{8} \cdot \left( -\frac{d}{\sqrt{k}} \cdot \left( 0,4 \cdot (\ln b - \ln r) + 0,2667 \cdot \sum \frac{d_i}{d} \cdot \left( \ln R - \frac{1}{n} \sum \ln x_2 \right) \right) + \sqrt{\frac{d^2}{k} \cdot \left( 0,4 \cdot (\ln b - \ln r) + 0,2667 \cdot \sum \frac{d_i}{d} \cdot \left( \ln R - \frac{1}{n} \cdot \sum \ln x_2 \right) \right)^2 + 64H^2} \right) \quad \text{Gl. (3b)}$$

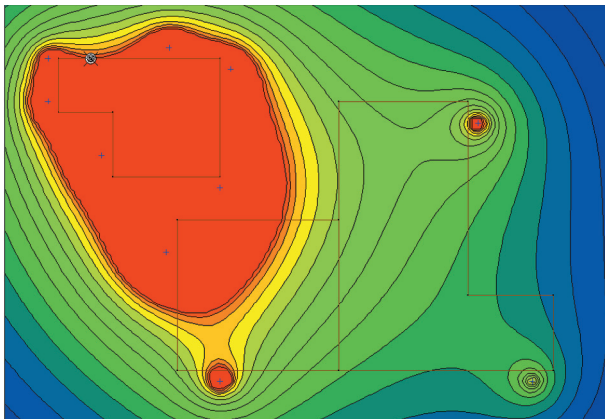


Bild 2. Rechnerisches „Leerpumpen“ eines Bereiches durch zu viele Brunnen

Fig. 2. Calculatory „pumping empty“ of an area due to too many wells

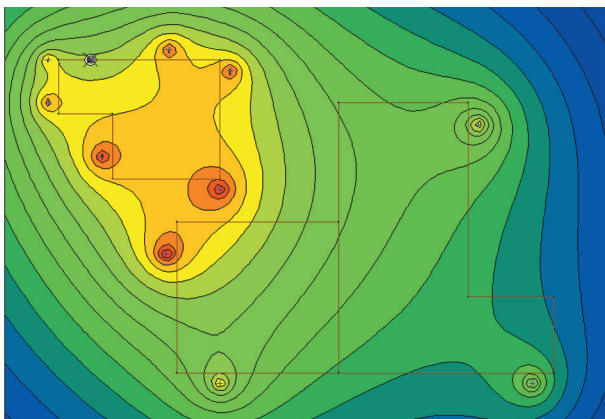


Bild 3. Berechnung der Absenkungen mit verbesserten Formeln

Fig. 3. Calculation of the ground-water lowering with improved formula

Ist nun die tatsächliche Fördermenge  $Q_{\text{vorh}}$  größer als die erforderliche Menge  $Q_{\text{erf}}$ , z. B. weil mehr Brunnen als rechnerisch erforderlich eingesetzt werden, ist diese Voraussetzung nicht mehr erfüllt. Es muß also davon ausgegangen werden, daß der Wasserstand  $y$  in der Entfernung  $b$  geringer als  $h$  ist. An dieser Stelle wird nun zunächst Gl. (2) in Gl. (3) eingesetzt, da das Fassungsvermögen  $q$  nicht bekannt ist. Diese Gleichung ist nach  $h'$  aufzulösen, bevor für

$h$  der noch unbekannte Wert  $y$  mit der Gl. (4) eingesetzt wird.

Bei den resultierenden quadratischen Gleichungen ist jeweils nur die Lösung mit  $+$  vor der Wurzel zu verwenden, da die sich andernfalls ergebende negative Lösung in der Praxis nicht möglich ist.

Hiermit läßt sich zunächst die benetzte Filterhöhe nach Gl. (3a) – s. Kasten – bestimmen mit  $x_i$  Abstand eines Punktes in der Entfernung  $b$  vom betrachteten Brunnen zu allen Brunnen  $i$ .

Ist die Gesamt-Fördermenge  $Q_{\text{vorh}}$  bei Berechnung einer vorhandenen Absenkanlage vorgegeben, kann hiermit bereits  $h'$  und damit die Fassungsvermögen der jeweiligen Brunnen bestimmt werden.

Ist  $Q_{\text{vorh}}$  nicht vorgegeben, dann ist es erforderlich, zur Lösung obiger Gleichung eine Näherung vorzunehmen. Tritt bei einer gleichmäßigen Brunnenverteilung in jedem Brunnen die gleiche benetzte Filterhöhe  $h'$  auf, dann ist das Fassungsvermögen der Brunnen nur noch abhängig von evtl. unterschiedlichen Durchmessern  $d_i$ . Für diesen Fall ist

$$\begin{aligned} Q_{\text{vorh}} &= \sum \frac{d_i}{d} \cdot q = \sum \frac{d_i}{d} \cdot \pi \cdot d \cdot h' \cdot \frac{\sqrt{k}}{15} \\ &= \sum d_i \cdot \pi \cdot h' \cdot \frac{\sqrt{k}}{15} \end{aligned}$$

mit  $d$  Durchmesser des betrachteten Brunnens.

Wird dieses  $Q$  in Gl. (3a) für  $h'$  eingesetzt, ergibt sich nach erneuter Auflösung nach  $h'$  Gl. (3b) – s. Kasten.

Damit lassen sich die Werte  $h'$ ,  $q$  und schließlich  $Q$  geschlossen bestimmen. Es ergeben sich hiermit wesentlich realistischere Werte für die Wasserstandshöhen, wenn mehr Brunnen eingesetzt werden, als für  $Q_{\text{erf}}$  benötigt würden, im Vergleich zu der Berechnung mit den Standard-Formeln (1) bis (4) (siehe Bild 3).

### 3 Optimierung der Brunnenverteilung um beliebig geformte Baugruben

Liegen Baugruben mit beliebiger Polygonform vor, die evtl. auch abschnittsweise unterschiedliche Tiefen besitzen, sind die Brunnen so um den Baugrubenrand zu verteilen, daß die erforderliche Absenkung an jedem Punkt der Baugrube erreicht wird.

Eine Verteilung der Brunnen von Hand bei einer komplexen Baugrubensituation ist eine langwierige Aufgabe, da die Brunnen so gesetzt werden sollten, daß sich eine gleichmäßige Absenkung ergibt. Hierfür ist immer wieder zu prüfen, an welcher Stelle ein zusätzlicher Brunnen den größten Nutzen bringt. Eine solche Optimierungsaufgabe kann schnell und einfach mit einem Programm gelöst werden.

Zur Optimierung der Brunnenlage wird zunächst ein Polygon bestimmt, das die Baugrubenabschnitte mit einem gewissen vorgegebenen Abstand um den Baugrubenrand umschließt. Überschreitet der Abstand zwischen verschiedenen unabhängigen Baugrubenabschnitten einen festgesetzten Grenzwert, kann dieses Umfahrungspolygon auch aus mehreren Teilpolygonen bestehen. Zusätzlich kann es sinnvoll sein, innenliegende Baugrubenabschnitte, z. B. für Unterfahrten, mit eigenen Polygonen zu behandeln, so daß Brunnen auch innerhalb der außenliegenden Abschnitte angeordnet sein können. Es ist dann nicht der gesamte Baugrubenbereich mit der maximalen Tiefe abzusenkten.

Die Tiefe der Brunnen geht maßgebend in die erforderliche Pumpmenge  $Q_{\text{erf}}$  und das Fassungsvermögen der einzelnen Brunnen  $q_i$  ein. Die (Start-) Brunnentiefe ist daher zunächst festzulegen.

Danach ist ein maßgebender Punkt auf dem Umfahrungspolygon anzunehmen, bei dem der erste Brunnen positioniert wird. Dieser Punkt ist vom Programm nach gewissen Kriterien sinnvoll zu wählen. Mit einem ersten Brunnen an dieser Stelle kann eine erste Berechnung durchgeführt werden, aus der sich ein maßgebender (kritischer) Punkt für die Absenkung ergibt.

An dem Punkt auf dem Umfahrungspolygon, der dem maßgebenden Punkt am nächsten liegt, wird dann der nächste Brunnen angeordnet. Hieraus ergibt sich ein neuer maßgebender Punkt, so daß die Positionierung neuer Brunnen so lange fortgesetzt

werden kann, bis die Summe der Fördermengen  $q_i$  die erforderliche Pumpmenge  $Q_{\text{erf}}$  erreicht.

Damit ist in einem ersten Schritt die notwendige Pumpmenge durch eine genügend große Anzahl von Brunnen vorhanden. Danach kann die Lage der einzelnen Brunnen optimiert werden, indem einzelne Brunnen so lange verschoben werden, bis der Wert  $Q_{\text{erf}}$  ein Minimum erreicht und gleichzeitig  $\sum q_i > Q_{\text{erf}}$  bleibt. In diesem Schritt wird also die Position der Einzelbrunnen optimiert.

Die Summe der vorhandenen Fördermengen überschreitet dann i. allg. die erforderliche Pumpmenge noch relativ deutlich, da in jedem Schritt nur ein „ganzer“ Brunnen hinzu gefügt werden kann. Abschließend kann dann die Tiefe der Brunnen schrittweise soweit reduziert werden, daß  $Q_{\text{erf}}$  so genau wie möglich erreicht wird.

Die genannten Verfahren sind aufgrund des Berechnungsaufwandes nicht mehr von Hand durchführbar. Die beschriebenen Funktionen wurden in ein Programm DC-Absenkung integriert, das dem Benutzer für die Berechnung von Grundwasserabsenkungen die Berechnungsschritte im Rahmen einer bedienerfreundlichen Oberfläche zur Verfügung stellt und damit eine schnelle Berechnung der Grundwasserabsenkung auch bei komplexen Baugrubensituationen ermöglicht.

## Literatur

- [1] Herth, W., und Arndts, E.: Theorie und Praxis der Grundwasserabsenkung. Berlin: Ernst & Sohn 1994.
- [2] Doster, A., und Christmann, A.: Berechnung von Grundwasserabsenkungen unter Windows. Bautechnik 77 (2000), S. 341–347.

## Autoren dieses Beitrages:

Dr.-Ing. Armin Doster, Dipl.-Ing. Axel Christmann, DC-Software Doster & Christmann GmbH, Hannah-Arendt-Weg 3, 80997 München, [www.dc-software.de](http://www.dc-software.de)